

1. Introduzione

Nel presente saggio mi propongo di indagare come l'accoglimento del modello del continuo matematico intuizionistico sviluppato in alternativa al modello classico comporti una revisione del modo in cui debbono essere intesi e concettualizzati i dati della percezione visiva.

L'adozione di una concezione intuizionista, piuttosto che classica, del *continuum* matematico impone di considerare le grandezze fisiche come non specificabili per mezzo di numeri reali. Assumendo che posizione spaziale, distanza, estensione possano essere trattate alla stregua di grandezze fisiche¹ – e che quindi possano essere espresse da valori numerici – l'impossibilità in linea di principio di completare il processo che determina il valore di una qualsivoglia grandezza fisica ha ripercussioni notevoli sul nostro modo di concepire la natura dei dati della percezione visiva.

Mi sforzerò di indicare alcune di queste ricadute teoriche:

1) punti e linee si rivelano essere entità puramente teoriche. Nel campo sensoriale esse vengono sostituite da approssimazioni costituite da intervalli il cui grado di accuratezza può essere accresciuto ad ogni successiva misurazione, ma mai in modo definitivo. Sarebbero pertanto *concettuali* e *semantici*, e non fisici o metafisici, i vincoli imposti alla struttura della percezione visiva: la tesi secondo cui gli 'oggetti' visivi possono esibire tratti specifici non determinabili neppure in linea di principio mediante l'osservazione, la misura e il calcolo darebbe quindi luogo ad una impossibilità *concettuale*;

2) la continuità spazio-temporale delle componenti qualitative e quantitative (*natura non facit saltum*) di ciò che si dà attraverso la visione non è un aspetto della realtà che ci viene rivelato dall'indagine scientifica e dalle leggi fisiche, ma una caratteristica irrinunciabile della nostra concezione – l'unica che a noi è data di avere – di ciò in cui consiste la posizione spaziale di un oggetto in un tempo dato;

3) i contatti tra gli oggetti materiali non possono essere rilevati osservandone la posizione reciproca, dal momento che non sarebbe mai possibile stabilire se due superfici si toccano in – per noi inattuabili – punti spaziali rappresentati matematicamente da numeri reali. Soltanto registrando un'interazione che si manifesta nella variazione di una quantità fisica conservata è possibile verificare che un contatto fisico tra corpi ha avuto luogo.

Nelle pagine che seguono proverò a esplicitare sul piano del modo di concepire i dati della percezione visiva alcune delle conseguenze che deriverebbero dall'adozione del modello intuizionistico del continuo matematico, così come è stato sviluppato in alternativa al tradizionale modello classico da alcuni filosofi della logica e della matematica ed in particolare nell'opera di Michael Dummett.

Supponiamo pertanto di accogliere una concezione epistemica della verità, in armonia con gli assunti del-



Continuo intuizionistico e percezione visiva. Applicazioni del modello teorico di Michael Dummett alle configurazioni spaziali

Alessandro Ferrari

la semantica giustificazionista elaborata dal filosofo di Oxford. Nell'ipotesi in cui vengano accolti gli argomenti portati a sostegno di tale teoria semantica, dovremmo respingere non solo alcuni principi inferenziali della logica classica (quali la legge del terzo escluso e della doppia negazione), ma anche l'immagine della realtà che secondo Dummett ci verrebbe imposta dalla semantica classica. Dovremmo così accettare l'idea che la realtà sia assai meno determinata di quanto sarebbe disposto a sostenere un filosofo realista, che aderisce ad una concezione della verità indipendente dalla nostra capacità di giustificare le proposizioni che di volta in volta si offrono alla nostra valutazione semantica. La realtà, sostiene il giustificazionista, si estende fino a dove i nostri mezzi di conoscenza consentono di arrivare. E la nozione stessa di verità viene illuminata dalla nozione di giustificazione, vale a dire dal modo in cui le nostre capacità di discernimento, misurazione e verifica consentono ad agenti cognitivi quali siamo di istituire i procedimenti di validazione delle nostre pretese conoscitive².

Non è mia intenzione presentare in questa sede le caratteristiche di questa complessa teoria semantica³. Mi limiterò ad ipotizzare "per amore della discussione" la correttezza di tale modello al solo scopo di trarne alcune conseguenze che mi sembrano particolarmente rilevanti per la filosofia della percezione. Oggetto del presente saggio sarà perciò non la correttezza delle tesi semantiche giustificazioniste e delle tesi circa lo status dei dati percettivi, ma il legame di implicazione che si dà tra di esse. Il carattere 'sperimentale' di questo studio passa anche attraverso la seguente considerazione: chi volesse costruire una critica nei confronti del giustificazionismo semantico potrebbe portare evidenze in conflitto con le sue conseguenze, costringendo il giustificazionista a rivedere i suoi assunti. Nel caso in cui il realista classico disponesse di basi sufficientemente forti

per scartare come erronee queste conseguenze, disporrebbe infatti di un argomento in grado di refutare il giustificazionismo semantico.

Ma in questo saggio non esaminerò tale possibilità, né prenderò posizione a favore della tesi giustificazionista o contro di essa. Mi limiterò a delineare alcune delle conseguenze che discendono dall'adozione del modello intuizionistico. Seguendo questa strategia le tesi intuizionistiche vengono qui presentate con valore di modello condizionale, e non come *il* modello corretto.

Un obiettore un po' scettico potrebbe poi chiedere come una tesi di filosofia della matematica (proprio perché relativa alla natura del continuo matematico) possa applicarsi alle modalità attraverso le quali vengono concettualizzati gli output dell'esperienza visiva.

Perché mai un modello del continuo matematico piuttosto che un altro dovrebbe avere a che fare con i procedimenti cognitivi che mettono capo alla formazione delle configurazioni spaziali che si danno alla nostra esperienza? Come può la scelta derivante dall'adozione di uno dei differenti modelli antagonisti del continuo matematico riflettersi sul modo in cui devono essere concepite le forme generate della visione?

Nella prospettiva di Dummett, che propone un'interpretazione semantica in armonia con il modello intuizionistico, proprietà come la posizione spaziale, la distanza e l'estensione sono qualità alle quali è possibile assegnare un valore soltanto mediante operazioni di misurazione – elementari o complesse che siano⁴. Tale valore darebbe espressione matematica alla proprietà di volta in volta presa in considerazione e una proprietà 'visiva' potrebbe così essere considerata a tutti gli effetti una *quantità* fisica, al pari della quantità di moto o della carica elettrica di una particella.

Naturalmente per determinare una qualsiasi grandezza dobbiamo fare ricorso ad operazioni di misurazione. Queste generano sequenze numeriche, vale a dire successioni di valori ciascuno dei quali determinato in esito all'esecuzione di uno dei passi che vanno a costituire la procedura di misurazione. Via via che la grandezza viene determinata con maggiore precisione, l'osservatore disporrà di una sequenza di numeri razionali sempre più estesa. Tuttavia, ad ogni passaggio della procedura, avremo sempre e soltanto un segmento parziale della sequenza.

Quando tale assegnazione avviene mediante comparazioni di distanze, essa rappresenta un momento necessario nell'ascrizione di proprietà alle configurazioni primitive che si danno attraverso la visione – essendo tali configurazioni "oggetti" collocati nel continuo visivo, o meglio nel continuo spazio-temporale così come si dà attraverso la percezione visiva.

Pertanto è lecito sospettare che l'adozione di un modello piuttosto che l'altro *influenzi in modo decisivo* la forma concettuale che diamo a quei dati. Disponiamo di concetti specifici per rendere conto di quanto ci viene offerto mediante la visione. Essi, potrebbe sostenere l'intui-

zionista, sono l'unica via che abbiamo per formarci una conoscenza *fondata* degli oggetti visivi. E l'applicazione di tali concetti può essere mediata da operazioni di misurazione e di calcolo.

Non va ignorato che la percezione non è per intero riducibile alla misurazione. Quest'ultima richiede caratteristiche di oggettività e di intersoggettività particolari, che solo la disponibilità di strumenti di misurazione garantisce. Quanto sosterrò nel presente saggio vale solamente per quelle forme di analisi dei dati percettivi che possono essere ascritte a tutti gli effetti alla categoria delle misurazioni (fermo restando che vi sono stadi ed aspetti dell'osservazione estranei ad essa).

Va detto inoltre che i concetti si applicano alle configurazioni primitive della percezione visiva e che queste sono da molti considerate superfici preconcettuali, non ancora influenzate da conoscenze e credenze⁵. In questa prospettiva il possesso di tali concetti si limiterebbe ad essere condizione della presa in considerazione di tali dati di base ai fini dell'elaborazione categoriale degli oggetti visivi. Nella teoria della visione la spinosa questione del contenuto non concettuale della percezione viene spesso così presentata: nella misura in cui i concetti sono tipicamente considerati i costituenti atomici delle credenze, dire che la visione primaria è impermeabile alle credenze equivale ad affermare che essa elabora informazioni senza sfruttare concetti e conoscenze⁶.

Se quindi aderissimo all'idea secondo cui vi è un'elaborazione pre-concettuale delle informazioni visive, dovremmo ammettere che le conseguenze del modello intuizionistico che presenterò nelle prossime sezioni valgano unicamente per il *vedere epistemico*, che attiene al riconoscimento degli oggetti ed alle descrizioni dell'output della percezione visiva. Quel che sta al di sotto del confine superiore della visione non ne verrebbe interessato.

Ma al costruttivista queste tesi non possono che apparire altamente problematiche. Per chi sviluppa gli assunti intuizionistici in ambito non matematico, il piano della visione semplice non è sufficiente per poter parlare di oggetti e di configurazioni primitive di superficie. Nella misura in cui viene accolta la prospettiva costruzionista non risulta intelleggibile alcun pensiero o discorso che non sia mediato da specifici criteri di riconoscimento e quindi da concetti. Per poter prendere in considerazione superfici e forme dovremmo perciò disporre di concetti elementari che ci consentano di modellarle. Chi aderisce alla semantica giustificazionista difficilmente potrà esimersi dall'accogliere una concezione costruttivista per quanto concerne gli "oggetti" della percezione. Quanto si dirà nelle successive sezioni è condizionato anche a tale assunzione teorica - che qui mi limito soltanto a segnalare⁷.

2. I numeri reali ed il continuo matematico

Sul piano intuitivo per identificare un numero reale si

è soliti suggerire una corrispondenza biunivoca tra esso ed un punto su di una linea retta avente una certa origine.

L'insieme dei numeri reali è costituito da numeri decimali qualsiasi e presenta la caratteristica della *continuità*: ogni insieme superiormente limitato A di numeri reali ha sempre un estremo superiore (un minimo numero maggiore di $-$ o uguale a $-$ tutti i numeri di A).

I valori forniti dal procedimento che genera la sequenza numerica non sono sempre governati da un algoritmo che li determina in modo scontato. Possono essere legati ad eventi di misurazione imprevedibili e generati mediante libera scelta – vale a dire senza che sia dato un *pattern* di generazione che consenta di predeterminare la sequenza in ogni sua più remota parte.

Per meglio comprendere come la concezione intuizionistica del continuo dei numeri reali si discosti da quella classica provo a riprendere alcune considerazioni di Dummett (2003). In tale saggio l'autore sottolinea come nel modello classico la nozione primitiva sia quella di numero reale, la linea del continuo sia costituita a partire dai singoli numeri reali e la continuità venga concepita nei termini della relazione d'ordine tra i numeri reali di cui è composta.

Tale relazione d'ordine presenta le proprietà della linearità, della densità (per la quale dati due numeri reali qualsiasi tra i due ve ne è sempre un terzo) e della completezza. La densità è la caratteristica che ci interessa maggiormente.

Per chi aderisce alla concezione intuizionistica, che pur essendo stata sviluppata in ambito matematico ha potenzialmente come dominio tutte le aree della realtà – e che è alla base del costruttivismo matematico – un numero reale è costituito da una sequenza di numeri razionali che soddisfa la condizione di convergenza di Cauchy. Una sequenza che soddisfa tale condizione è una sequenza di numeri razionali tali che, per qualsiasi distanza $1/k$, possiamo trovare con mezzi effettivi un elemento r_n tale che ogni termine successivo (nella sequenza) r_m dista da esso meno di $1/k$ – ovvero un r tale che per quanto il valore di k possa essere grande si dà $|r_n - r_m| < 1/k$.

Si ritiene pertanto che il limite su cui la sequenza converge è il numero reale r e che la sequenza di Cauchy *generi* il numero reale su cui converge. Tale posizione è parte costitutiva della citata posizione costruttivista, secondo la quale le entità numeriche sono costrutti generati unicamente dai nostri procedimenti di calcolo⁸.

Si può notare come in tale sequenza gli elementi che la compongono diventino arbitrariamente vicini l'uno all'altro quanto più la sequenza avanza (posto che l'avanzamento sia costituito dal crescere del valore assegnato a k). Più precisamente, data una distanza $1/k$, per quanto piccola, vi sono infinite coppie di numeri razionali che distano gli uni dagli altri meno di quanto indicato da quella distanza⁹.

Il procedimento che genera una sequenza, essendo

quest'ultima potenzialmente infinita, costituisce un processo che non può essere portato a termine e che non ha senso rappresentare come un processo che possa in ogni caso essere completato. Pur non essendovi limiti di principio al grado di accuratezza con cui può essere calcolato il valore che ha la sequenza ad un certo punto dell'espansione decimale, la determinazione del valore è suscettibile di stime via via più precise. Ma essendo la sequenza infinitamente percorribile, il procedimento rimane sempre aperto.

Sulla forma che assume la sequenza, e sul numero reale irrazionale che essa va a costituire, si può dire quanto segue: essa è una sequenza infinita, in cui ogni numero razionale che concorre a formarla, costituisce un *troncamento*, un *frammento iniziale* – come tale provvisorio – dell'espansione decimale complessiva. Ogni passo del processo che produce la sequenza genera un termine, dato da un numero razionale, che altro non è se non la provvisoria approssimazione del numero reale che vorremmo determinare.

Una delle conseguenze che deriviamo dalle considerazioni appena fatte è che tutto ciò che vale per l'intera sequenza vale in ragione di quel che può essere stabilito per *tutti* i termini della sequenza. Pertanto non si può stabilire che qualcosa vale per l'intera sequenza, a meno di non disporre di criteri che pongano restrizioni a priori alle proprietà di qualsivoglia elemento di essa. Questo perché essendo gli elementi infiniti non possiamo esaminarli uno per uno, ispezionando ogni singolo segmento¹⁰.

Potremmo inoltre non essere in grado di stabilire se due numeri reali siano lo stesso numero. Il carattere infinito del procedimento con cui viene sviluppata l'espansione decimale non ci garantisce che ad un certo punto rileveremo valori diversi nelle due sequenze generate nel modo sopra specificato. E tuttavia rimane sempre aperta la possibilità di una divergenza di tali valori¹¹.

3. Applicazione dei modelli ai dati della percezione visiva

Per localizzare nello spazio visivo un oggetto abbiamo bisogno di determinare le relazioni di distanza che esso intrattiene con altri oggetti visivi¹². In altre parole abbiamo bisogno di comparare distanze. A livello elementare ciò avviene mediante un raffronto operato per mezzo di un campione fisico che possa costituire una unità di misura all'interno di un rudimentale sistema di riferimento (quale un sistema di assi cartesiani opportunamente costruito).

Pertanto la posizione spaziale può essere considerata (anche) una grandezza a cui è possibile associare un valore numerico specifico.

Posto che le operazioni nelle quali si sostanzia la misurazione di una grandezza siano quelle appena indicate, che cosa, dal punto di vista matematico, esprime la posizione spaziale di un oggetto visivo?

Dal punto di vista operativo si tratterà di una n -upla di

numeri reali, dove n indica il numero delle dimensioni spaziali. Ogni numero reale sarà dato da una sequenza di numeri razionali ciascuno dei quali viene determinato a seguito di una operazione di misurazione. Ed ogni operazione costituisce un passo della procedura complessiva volta a determinare la grandezza della quantità in questione.

È parte della nostra *esperienza epistemica*, tanto per il modello classico quanto per quello intuizionistico, che una grandezza non può essere specificata se non come valore all'interno di un intervallo che ha come estremi numeri razionali.

In ogni fase della procedura non vi è, almeno in linea di principio, alcun limite al grado di accuratezza della stima: nella fase successiva il valore può essere determinato all'interno di un intervallo più breve di quello precedentemente determinato.

Il valore della posizione spaziale, per esempio, è costituito sempre da una sequenza (infinita) di numeri razionali, ciascuno dei quali determinato in esito ad un'operazione di misurazione rispetto ad una unità di misura data:

- ad ogni passo della procedura di misurazione, abbiamo come risultato un valore che costituisce l'affinamento di quello determinato nel precedente passo e una semplice approssimazione rispetto a quello successivo;
- ogni singola misurazione che compone la procedura complessiva può essere effettivamente eseguita o semplicemente suscettibile di essere compiuta (nel caso in cui volessimo rinunciare ad avanzare);
- la determinazione della collocazione precisa di un oggetto visivo (dove per precisa si intende l'essere specificato da numeri reali che forniscono la misura) è un procedimento infinito, che *in linea di principio* non potrà mai essere completato.

La dimensione di incertezza che caratterizza ogni misura di una grandezza è un fenomeno ben noto in teoria della misurazione. Il problema che ci poniamo in questa sede è quale sia l'interpretazione filosofica corretta da dare alla natura intrinsecamente indeterminata dei valori che ci vengono consegnati ad ogni misurazione¹³. Se adottassimo il modello classico del continuo ogni grandezza potrebbe essere espressa – almeno idealmente – mediante un valore preciso, vale a dire da un valore indicato da un *numero reale* specifico e determinato in ogni parte del suo infinito sviluppo decimale. A causa dei limiti propri delle nostre capacità di misurazione e di calcolo (in altre parole delle nostre abilità cognitive) non siamo in grado di determinare tale valore, ma la sequenza potrebbe comunque convergere su di un numero reale, come suo limite. L'adozione del modello classico consentirebbe così di dare descrizioni della realtà percettiva di cui non saremmo in grado di riconoscere il realizzarsi, poiché questo si darebbe al di là delle nostre capacità di discernimento. Almeno in linea di principio – sostiene il giustificazionista semantico – coloro che portano l'adozione del modello classico alle

sue estreme conseguenze dovrebbero ritenere possibile che le grandezze fisiche abbiano un valore determinato al di là delle nostre finite capacità di misurazione.

La situazione è assai diversa se adottiamo il modello intuizionistico. Per l'intuizionista, tutto quel che possiamo determinare è un valore all'interno di un intervallo, che può essere stimato con certezza via via maggiore. L'intervallo entro cui si colloca il valore da specificare, per quanto piccolo, sarà dato dai due numeri razionali che ne costituiscono gli estremi.

Adottando il modello intuizionistico del continuo si è portati a ritenere che non ha senso rappresentare la sequenza di numeri razionali (generata dalla procedura di misurazione) come se avesse caratteristiche determinate indipendentemente da quel che sappiamo o potremmo sapere in base alle nostre tecniche di misurazione. Da un punto di vista intuizionistico, poiché non è intelleggibile presentare come finito o passibile di essere completato un procedimento che è costitutivamente infinito (*i.e.* aperto), non siamo giustificati in alcun modo a pensare che i valori forniti dalle singole misurazioni di una stessa quantità fisica convergano necessariamente su un numero reale specifico, piuttosto che su un intervallo della linea reale che può essere stimato in modo sempre più preciso ma che non collassa mai su un punto determinato – l'immagine suggerita dagli intuizionisti è quella di intervalli inseriti l'uno nell'altro che vengono generati via via che avanziamo nell'accuratezza della stima.

Quali sono le conseguenze sul modo in cui concetti come quello di linea si applicano ai contenuti della percezione visiva?

Poniamo di voler stabilire quali punti del campo visivo appartengano ad una retta data, vale a dire quali punti soddisfino le condizioni necessarie per fare parte di essa.

Gli elementi dello spazio visivo sono specificati da valori via via più vicini alla retta ideale che non tracciamo, ma che consideriamo costruttivamente come termine di paragone per i primi. Qualsiasi punto, o frammento di dato visivo, è prossimo ad essa solo in modo approssimativo, vale a dire entro un certo grado di approssimazione (*i.e.* nell'ambito di un certo intervallo della nostra migliore approssimazione). Avremo pertanto sempre qualcosa che viene rappresentato da valori via via più vicini alla linea ideale, senza mai disporre della garanzia che esso vi appartenga.

Pertanto, non possiamo *tracciare o osservare* qualcosa come una linea retta i cui punti siano espressi da valori esatti, vale a dire da numeri reali coincidenti in relazione ad un'unità di misura e ad un asse di un ipotetico sistema di riferimento.

D'altra parte l'adesione all'impostazione intuizionistica ci costringe ad accogliere come parte della realtà unicamente quelle proprietà che possono essere determinate attraverso le nostre capacità sensoriali e le nostre tecniche di calcolo e misurazione.

Non abbiamo quindi criteri chiari per stabilire cosa nel campo visivo appartenga ad una linea data. Ma se è così non disponiamo di mezzi effettivi che ci consentano di riconoscere qualcosa come parte di quella linea. In altre parole non possediamo procedimenti cognitivamente accessibili che ci consentano di stabilire se le condizioni necessarie e sufficienti per appartenere ad una linea sono soddisfatte. Sembra quindi lecito dedurre che non abbiamo criteri d'identità definiti per applicare in modo matematicamente esatto il concetto di linea a ciò che si dà nello spazio visivo. Possiamo davvero parlare di linee presenti in tale spazio se neppure in linea di principio (idealizzando ragionevolmente le nostre capacità epistemiche) saremmo in grado di riconoscere nel nostro orizzonte visivo ciò che è una linea? I concetti di linea e punto calati nello spazio visivo – pensiamo ai confini delle configurazioni di superfici nel campo visivo e agli angoli da essi formati – si presentano come limiti teorici inattingibili, entità non attuali. *Cosa sono allora?* L'intuizionista suggerisce che esse sono entità teoriche, oggetti matematici, vale a dire astrazioni che costituiscono un termine di raffronto costante ma puramente teorico per le forme e le configurazioni percettive.

Sarebbero pertanto costituenti ideali e non attuali della concettualizzazione che diamo dello spazio visivo, in altri termini costruzioni che realizziamo solo idealmente mediante i mezzi cognitivi (gli unici di cui disponiamo) con i quali apprendiamo a compiere le operazioni di misurazione e le valutazioni quantitative dei dati percettivi.

I valori delle proprietà più elementari degli oggetti visivi possono essere rappresentate matematicamente da sequenze non completabili (in quanto infinite) di termini numerici (vale a dire i numeri razionali) via via generate nel *matching* con le forme e le configurazioni primitive di superficie fornite dai processi percettivi. I valori sono sempre costituiti da intervalli – i cui estremi vengono rappresentati idealmente da numeri razionali. In questa prospettiva, è nella *natura dei concetti* che usiamo per dare forma concettuale ai dati della visione che risiede l'impossibilità che gli "oggetti" visivi esibiscano tratti precisi – indicati per mezzo di numeri reali – non specificabili neanche in linea di principio per mezzo delle tecniche di osservazione e di misurazione e dei procedimenti di calcolo e sperimentazione di cui disponiamo.

I *concetti geometrici più elementari* sono applicati agli oggetti visivi soltanto in via di approssimazione. Viene così meno la possibilità di parlare di essi come qualcosa di effettivamente riscontrabile nell'esperienza percettiva, se per riscontrabile intendiamo determinabile con assoluta precisione matematica.

I metodi effettivi di misurazione, di calcolo, di rilevazione percettiva plasmerebbero così i concetti con cui diamo forma matematica ai dati offerti dalla percezione visiva. I limiti a quel che possiamo conoscere di ciò che

si offre attraverso la visione sarebbero perciò intrinseci e i dati della percezione visiva si inserirebbero in una struttura soggetta a vincoli che discendono dal modo in cui abbiamo imparato ad apprendere il mondo attraverso lo spazio visivo.

Per chi aderisce al modello classico il fatto che non sia possibile determinare il valore preciso di una grandezza (dove la precisione consiste nell'essere dato da un numero reale) dovrebbe discendere dalla natura dei contenuti della percezione, dai limiti nella precisione della misurazione¹⁴ e da vincoli dettati da leggi di natura¹⁵, dal momento che tale modello non esclude che la realtà presenti tratti perfettamente determinati al di là di quanto possiamo effettivamente conoscere. Per chi aderisce all'impostazione intuizionistica tale vincolo è invece dettato *a priori* dall'apparato di concetti (per quanto elementari) mediante i quali accediamo ai dati della percezione.

La differenza tra i due modelli risiede quindi nella diversità delle strategie con cui viene giustificata l'intrinseca impossibilità di specificare il valore di una grandezza mediante un numero reale.

4. Il fondamento del principio di continuità dei valori spaziali

Il principio "Natura non facit saltum" ha tradizionalmente ricevuto diverse interpretazioni: 1) come test di persistenza o "inerzia esistenziale" che opererebbe quale criterio di identità delle genuine entità materiali (quindi come parte di un criterio d'identità che avrebbe valenza ontologica¹⁶); 2) come legge di natura che ci viene consegnata dall'indagine scientifica della realtà fisica e che tuttavia rivela una caratteristica necessaria di essa – che come tale andrebbe incorporata all'interno di una compiuta descrizione metafisica¹⁷.

In base a tale principio ogni variazione di una componente qualitativa o quantitativa di una grandezza fisica (poniamo di quel che si dà attraverso la visione, che è ciò che a noi interessa) avviene sempre con continuità. La grandezza può essere costituita dalla posizione spaziale ed il mutamento può essere dato dal suo cambiamento nel tempo.

Dati due valori che esprimono una quantità nel corso del suo mutamento, per quanto essi siano vicini, è sempre possibile registrare un valore che può dirsi intermedio, vale a dire più vicino al primo di quanto non sia il secondo.

Ora domandiamoci se è possibile dare una fondazione concettuale a tale principio.

Ipotizziamo che possa esservi una discontinuità che viola il principio e che, per esempio, si dia un mutamento improvviso e discontinuo di un tratto visivo di un oggetto.

Poniamo che un corpo esibisca nell'istante t_0 una posizione spaziale avente in un ipotetico sistema di riferimento una coordinata con valore 3, e chiediamoci se essa possa assumere valori esclusivamente tra 1 e 2 in

qualsiasi altro istante temporale che sia maggiore o minore di istanti prossimi a t_0 .

Per quanto vicini al valore corrispondente a t_0 , gli istanti temporali che costituiscono l'intorno di t_0 ammettono valori ancor più prossimi ad esso per i quali non sono ancora stati determinati i corrispondenti valori della posizione spaziale.

Dobbiamo quindi accettare che valori della posizione spaziale via via più prossimi a quella che l'oggetto assume in t_0 lascino spazio a misurazioni successive potenzialmente in grado di rivelare valori di tale posizione in perfetta continuità con 3 in corrispondenza agli istanti che costituiscono l'intorno di t_0 .

Assumendo tale ipotesi dovremo ammettere due differenti possibili descrizioni:

1 – la posizione dell'oggetto è 3 in t_0 , ma assume valori tra 1 e 2 per qualsiasi t_n che sia inferiore o superiore – anche minimamente – a t_0 ;

2 – la posizione dell'oggetto ha valori continui con 3 per tutti gli istanti temporali continui a t_0 , che ne costituiscono l'intorno, senza dare luogo ad una discontinuità rispetto alla fascia di valori rappresentata da $1 < p < 2$, dove la variabile p indica la coordinata prescelta.

Dal punto di vista epistemico non vi sarebbe alcun modo di distinguere quale delle due descrizioni abbia avuto realizzazione fisica. Non disponiamo di alcun mezzo che ci consenta di stabilire se in un caso specifico si dia l'una o l'altra ipotesi.

Il modello del continuo classico ci consentirebbe quindi di dare della realtà che si offre alla percezione visiva una descrizione che potrebbe non avere alcuna realizzazione fisica *epistemicamente* rilevante. Tale descrizione (rappresentata alla prima ipotesi) potrebbe non corrispondere ad alcuna distinzione epistemicamente significativa della realtà. Potremmo ipotizzare stati di cose differenti che neppure in linea di principio potremmo riconoscere come diversi, e il cui realizzarsi potremmo non essere in grado di verificare¹⁸.

In base alla descrizione suggerita dal modello classico del continuo non avremmo una spiegazione corretta del perché dovremmo scartare una discontinuità del tipo ipotizzato. Ovvero, del perché ci sembra che ad escludere una discontinuità come quella ipotizzata sia la nostra concezione di ciò in cui consiste per un oggetto assumere una posizione spaziale. In una prospettiva strettamente epistemica, saremmo quindi tenuti a scartare il modello teorico come irrilevante?

Vi sono due possibilità:

a) possiamo sostenere che il principio ha natura unicamente epistemica. Sarebbero quindi i vincoli che presiedono alle nostre capacità percettive e cognitive a fondare il principio di continuità. Esso non avrebbe quindi alcuna risonanza ontologico-metafisica: non atterrebbe alla realtà quale è, ma a come ed entro quali limiti (percettivi ed inferenziali) la conosciamo. Come visto una simile spiegazione è dettata dall'adozione della concezione classica del continuo.

b) possiamo ritenere che il principio ha natura più profonda. I modi stessi in cui misuriamo, osserviamo, calcoliamo definiscono e forgianno i concetti, e questi ultimi impongono vincoli *a priori*. Non ha pertanto senso postulare una realtà determinata con precisione al di là di ciò che conosciamo o potremmo conoscere – vale a dire che potremmo giustificare obiettivamente, mediante procedimenti accessibili intersoggettivamente. Ma questo richiederebbe l'accoglimento di una concezione epistemica della verità che segue dall'adozione di una semantica giustificazionista. Esattamente quanto abbiamo assunto di fare in via d'ipotesi fin dal principio.

5. Contatto spaziotemporale e causalità

Vi è un'ulteriore conseguenza derivante dall'adozione del modello intuizionistico sul piano dell'analisi delle interazioni causali.

Se è vero che non saremo mai in grado, neppure in linea di principio, di rilevare la perfetta coincidenza spaziale di due superfici mediante l'osservazione, non saremo allora mai in grado di determinare se due oggetti si toccano, ovvero coincidano quanto a collocazione spaziale di una propria superficie.

La posizione spaziale di un oggetto visivo arbitrario assumerà sempre un valore collocato all'interno di un intervallo. Per quanto due oggetti visivi siano vicini l'uno all'altro, vi sarà sempre spazio per misurazioni successive potenzialmente in grado di rilevare una discrepanza di valori. Dal punto di vista epistemico la perfetta coincidenza, quanto a collocazione nello spazio, di punti, forme di configurazioni spaziali, è inafferrabile.

In termini matematici, per quanto una distanza tra due punti dello spazio visivo possa essere piccola, non possiamo escludere che potenzialmente possa esservi una divaricazione nell'espansione decimale delle due sequenze che ne forniscono il valore.

Avremo sempre e solo intervalli, che avranno anche sovrapposizioni parziali, ma non possono essere considerati costitutivi dei valori spaziali in gioco. Non ci consegnano quella coincidenza di superfici che cerchiamo per dare significato empirico al concetto di contatto spaziale.

Come è possibile verificare se due corpi si toccano in punti spaziali per noi inattingibili, in quanto rappresentati matematicamente da numeri reali epistemicamente inafferrabili?

Poniamo che affinché vi sia relazione causale tra eventi fisici si richieda continuità spazio-temporale tra di essi – e quindi tra gli oggetti fisici coinvolti.

Come possiamo verificare la sussistenza di una simile condizione (richiesta perché vi sia un'interazione causale) se, come abbiamo visto, proprio la continuità spaziale tra due oggetti visivi è epistemicamente inattingibile? Dovrebbe esservi qualcos'altro a consentire di determinare se un contatto spazio-temporale ha avuto luogo (o, all'opposto, di determinare se davvero vi è differenza nella collocazione spaziale di due punti, piuttosto che perfetta coincidenza).

Consideriamo per un momento le storie degli oggetti fisici come linee “mondane” nello spazio-tempo, quest’ultimo concepito come un *continuum* quadridimensionale (dal punto di vista matematico una varietà pluriestesa) la cui geometria soddisfa i requisiti fissati della modello dello spazio-tempo di Minkowski-Einstein¹⁹.

Esse rappresentano la storia di un oggetto caratterizzata dall’invarianza (dalla conservazione) di una quantità fisica. Per quantità fisica deve intendersi qualsiasi grandezza suscettibile di valutazione matematica (la posizione spaziale di un oggetto, la sua velocità, la quantità di moto, la carica elettrica, e così via). Ed ogni punto, o meglio ogni oggetto nel continuo spazio-temporale, è portatore di un valore che esprime la grandezza della quantità fisica conservata²⁰.

Quando si verifica una variazione nella quantità fisica conservata di un oggetto, un cambiamento di una grandezza fisica, *si ha una interazione causale*.

Ma se vogliamo rimanere fedeli al *principio di località* – per cui deve esservi contiguità spazio-temporale tra eventi causalmente relativi – allora dobbiamo supporre che vi sia stato davvero un contatto tra gli oggetti fisici coinvolti.

Pertanto l’unico modo di verificare se vi è stato un contatto tra due oggetti consisterebbe proprio nel registrare una variazione nella grandezza di una quantità fisica che *in base alle leggi di evoluzione causale* non avremmo potuto registrare, se non riconoscendo che vi è stata una interazione fisica tra i due corpi – interazione che, in base al principio di località richiede un contatto tra gli stessi.

Quindi, risaliamo all’esservi stato un contatto spazio-temporale tra due oggetti inferendolo dal mutamento di quantità fisiche che altrimenti sarebbero state invarianti (purché non vi siano stati altri fattori fisicamente prossimi al punto della variazione che avrebbero potuto causare l’evento dato dal mutamento in esame).

In conclusione, il contatto spaziale stesso consisterebbe proprio nell’esservi stata una variazione di una quantità fisica conservata. I criteri mediante i quali verificiamo che vi è stato un contatto tra oggetti fanno necessariamente appello al riconoscimento di una simile variazione.

Ma tali criteri non hanno valore solo epistemico. Essi catturano il significato, e con esso la portata, della nozione di contatto fisico. Il modo in cui verificiamo effettivamente un contatto spaziale definisce anche il *pro-prium* concettuale della nozione in esame. E il concetto stesso di contatto spaziale tra oggetti consisterebbe proprio nella variazione di una quantità fisica conservata, benché sotto certe restrizioni imposte dalla necessaria prossimità spaziale degli oggetti.

La morale da trarne sarebbe la seguente. C’è un’inversione nei rapporti di priorità eplicativa tra causalità e contiguità spazio-temporale. Non possiamo più richiedere, come presupposto alla verifica di una relazione causale, che vi sia un contatto tra due oggetti fisici. E

questo perché registriamo un simile contatto soltanto quando rileviamo un’interazione causale (*i.e.* una variazione delle quantità fisiche altrimenti non prevedibile). Naturalmente le relazioni di prossimità tra gli oggetti giocano ancora un ruolo nell’accertamento delle relazioni causali, ma non nella forma della perfetta coincidenza spaziale tra gli oggetti presenti nel campo percettivo²¹.

Note

1¹ Nel § 3 proverò ad indicare in quali limiti tale assunzione, invero alquanto problematica, possa essere fatta.

2 Sul tema si veda Picardi (2008), *Presentazione* in Dummett (2008, pp. VII-XVII).

3 Su cui rinvio a Dummett (1991), Picardi (1994), Id. (2002).

4 Su questa possibilità si veda Dummett (2000a), in particolare alle pagine 510-515.

5 Sulla distinzione tra *visione semplice* e *visione epistemica* rinvio a Paternoster (2007, Cap. III).

6 *Ivi*, p.119.

7 Sulle varianti che può assumere il realismo e sui rapporti (di opposizione, ma anche di parziale sovrapposizione) che esso intrattiene con il costruzionismo in campo percettivo, si veda il Cap. II di Paternoster (2007).

8 Così sostiene Dummett (2000a, p. 510).

9 Una presentazione classica del modo in cui vengono “costruiti” i numeri reali viene offerta da Bridges (1994).

10 In tal senso si esprime Dummett (2000a, p. 513).

11 Il punto viene sottolineato da Dummett (2003), in particolare alle pp. 389 ss. Quanto detto pone comunque diversi problemi ai fini della specificazione dei criteri d’identità dei numeri reali, sebbene essi siano stati affrontati dal punto di vista tecnico-formale dall’intuizionismo. Su ciò rinvio nuovamente a Bridges (1994).

12 È tutt’altro che pacifico che quello presentato possa costituire anche un buon criterio d’identità per gli oggetti materiali. La problematicità del criterio viene messa in evidenza da Varzi (2007).

13 Che la quantità con cui viene rappresentato matematicamente il misurando non possa darsi nella forma di un valore preciso è un fatto ampiamente riconosciuto nella vasta letteratura offerta dalla teoria e dalla filosofia della misurazione. Nella *Guide to Expression of Uncertainty in Measurement* (2008) del Joint Committee for Guides in Metrology l’espressione “vero” apposta al valore di una quantità fisica viene considerata ridondante: non aggiunge nulla alla definizione della specifica quantità oggetto della misurazione ed alla nozione di risultato della procedura di misurazione – così al § D.35.

Nell’“International Vocabulary of Metrology” la coerenza con la definizione della quantità da misurare è tutto ciò che è necessario per catturare la nozione di “true quantity value”. E la conoscibilità del valore della grandezza è data solo all’interno di margini di approssimazione determinata dal grado di precisione degli strumenti usati e dall’accuratezza del procedimento. Su questo si veda il fondamentale *International Vocabulary of Metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)* (2012), § 2.11, del Joint Committee for

Guides in Metrology. Dal punto di vista filosofico si può ritenere che la metrologia e la scienza dell'incertezza si occupino essenzialmente di questioni di natura epistemica, e quindi dei modi in cui perveniamo a valori che sono il risultato di un'interazione tra dispositivi di misurazione ed elementi del mondo fisico. Ciò viene confermato dal fatto che nei testi citati l'unicità del valore della quantità presa in considerazione è considerata una possibilità meramente ideale ed inattuabile sul piano conoscitivo. Il significato da dare sul piano filosofico a questa inattuabilità è ciò che viene in gioco quando confrontiamo le conseguenze che si ricavano rispettivamente dall'adozione del modello classico e da quella del modello intuizionistico del continuo.

14 Un esempio di questo modo di vedere, proprio nel campo della localizzazione di quantità nel campo spaziale, viene offerto da Ochoa, Ceberio, Kreinovich (2010).

15 Si pensi al principio di indeterminazione di Heisenberg, che vanifica la possibilità di determinare con precisione arbitraria grandezze fisiche soggette ad un legame di tipo quantistico.

16 Illustra questa possibilità, ma si esprime in termini dubitativi su di essa, Varzi (2001, pp. 101-102).

17 Secondo il suggerimento generale di Dummett (2008, pp. 13-14) e di Tim Maudlin (2007).

18 Naturalmente potremmo sapere se in un istante t_n successivo a t_0 qualcosa possa trovarsi tra 1 e 2, per esempio considerando la velocità del corpo, e quindi ricorrendo ad altri parametri, che possono ammettere o escludere la possibilità. Ma un simile procedimento presuppone che i movimenti siano sempre continui, cosa che, invece, stiamo qui ponendo in questione.

19 Su questa caratterizzazione, benché senza alcun riferimento alla teoria delle quantità fisiche conservate, rinvio a Balashov (2000).

20 Traggo queste nozioni dalla teoria delle quantità fisiche conservate così come esposta in Dowe (2000, Cap. V).

21 Desidero ringraziare Massimiliano Vignolo, Aldo Frigerio ed Edoardo Fittipaldi per i suggerimenti e le critiche che hanno portato alla relazione da cui è tratto il presente articolo.

Dummett, M., 2006, *Thought and Reality*, Oxford University Press, Oxford, trad. it. *Pensiero e realtà*, Il Mulino, Bologna, 2008.

Ehrlich, P., a cura, 1994, *Real Numbers, Generalizations of the Reals, and Theories of Continua*, Dordrecht, Kluwer.

Joint Committee for Guides in Metrology, 2008, JCGM 100:2008, *Guide to Expression of Uncertainty in Measurement*.

Joint Committee for Guides in Metrology, 2012, JCGM 200:2012, *International Vocabulary of Metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*.

Marconi, D., 1997, *Lexical Competence*, Cambridge MA, MIT Press.

Maudlin, T., 2007, *The Metaphysics within Physics*, Oxford, Oxford University Press.

Moriconi, E., 1993, *Dimostrazioni e significato*, Milano, Angeli.

Ochoa O., Ceberio M., Kreinovich V., 2010, "How to Describe Spatial Resolution: An Approach Similar to the Central Limit Theorem", *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 4, 2010, no. 64, pp. 3153-3160.

Paternoster, A., 2007, "L'approccio computazionale della percezione visiva", *Teorie e modelli*, XII, 3, pp. 83-109.

Paternoster, A., 2007, *Il filosofo e i sensi. Introduzione alla filosofia della percezione*, Roma, Carocci.

Picardi E., 1994, "Rari nantes in gurgite vasto. Michael Dummett su significato, logica e metafisica", *Lingua e stile*, 29, pp. 495-524.

Picardi, E., "Teoria del significato e olismo. Alcune osservazioni sul programma di Michael Dummett", in M., Dell'Utri, a cura, 2002, pp. 91-112.

Prawitz, D., 1977, "Meaning and Proofs: on the Conflict between Classical and Intuitionistic Logic", *Theoria*, 43, pp. 2-40.

Varzi, A. C., "La natura e l'identità degli oggetti materiali", in A., Coliva, a cura, 2007.

Varzi, A., 2001, *Parole, oggetti, eventi e altri argomenti di metafisica*, Roma, Carocci.

Bibliografia

Balashov, Y., 2000, "Enduring and Perduring Objects in Minkowski Space-Time", *Philosophical Studies*, 99, pp. 129-166

Bridges, D., 1994, "A constructive look at the real line," in P., Ehrlich, a cura, 1994, pp. 29-92.

Coliva, A., a cura, 2007, *Filosofia analitica. Temi e problemi*, Roma, Carocci.

Dell'Utri, M., a cura, 2002, *Olismo*, Macerata, Quodlibet.

Dowe, P., 2000, *Physical Causation*, Cambridge, Cambridge University Press.

Dummett, M., 1991, *The Logical Basis of Metaphysics*, Cambridge MA, Harvard University Press.

Dummett, M., 2000, "Is Time a Continuum of Instants?", *Philosophy*, 75, pp. 497-515.

Dummett, M., 2000b, *Elements of Intuitionism*, Oxford, Clarendon Press.

Dummett, M., 2003, "How Should We Conceive of Time?", *Philosophy*, LXXXVIII, pp. 387-396.